

開放型 BCMP 待ち行列ネットワークを用いた最適化モデルの提案

小宮山 佑樹^{†1}, 大場 春佳², 富樫 敦¹, 水野 信也²

キーワード: BCMP, Open queueing network, Optimization

1. はじめに

1975年に発表された BCMP 待ち行列ネットワーク[1](以下, BCMP)は, ネットワークタイプは開放型, 閉鎖型, 混在型に対応し, 複数客クラスの定義が可能で, 4種類のサービスタイプが用意された待ち行列モデルの中でも柔軟なモデルであり, 実際の社会モデルへの適用が期待できる. 開放型では容易に性能評価指標の算出が行えるため, 最適化問題への活用が行われている[2]. 本研究では, 開放型 BCMP を用いてシステムの性能評価指標を算出し, 遺伝的アルゴリズム(以下, GA)により利用拠点数に制約を設け, 最適な拠点数を求める. 本提案モデルを利用することにより, 施設の全体設計において, 各拠点の許容量に対する系内人数と拠点設置コストを考慮した拠点数の選択が可能となる.

2. 開放型 BCMP 待ち行列ネットワークの定義

ここでは, 開放型 BCMP 待ち行列ネットワークの定義について示す.

- 網内でサービスされる客のクラスは C 種類であり, 客はいずれかのクラスに必ず属し, 途中でのクラス変更はないものとする.
- 網内には N 個の拠点が存在する.
- 拠点 $n(1 \leq n \leq N)$ において, クラス $c(1 \leq c \leq C)$ の客は外部から到着率 λ_{nc} のポアソン到着をする.
- 各拠点は到着順サービス(FCFS)を行う単一サーバで構成される.
- 拠点 n に網内及び外部から到着するクラス c の客の全到着率は e_{nc} とする.
- 拠点 n において, サービス時間は客のクラスによらず, サービス率 $\mu_n(1 \leq n \leq N)$ の指数分布に従う.
- 拠点 i でサービスを終了したクラス v の客は, 次のマルコフ連鎖 $R = (r_{iv,jw})$ に従って拠点 j にクラス w で移動するか, $R = (r_{iv,0})$ で網内から退去する.

今回客のクラス推移は考えないため, $r_{iv,jw} = 0 (v \neq w)$ とする. また上記の e_{nc} は, 今回の開放型ネットワークに対するトラフィック方程式(1)を満たすものである.

$$e_{iv} = r_{0,iv} + \sum_{j=1}^N e_{js} r_{js,iv} \quad (1)$$

拠点 n で客クラス c の利用率 ρ_{nc} は式(2)で与えられる. これにより, 単一窓口での開放型 BCMP の平均系内人数は式(3)で与えられる. ここで, $\rho_n = \sum_{c=1}^C \rho_{nc}$ である.

$$\rho_{nc} = \lambda_c \frac{e_{nc}}{\mu_n} \quad (2)$$

$$L_{nc} = \frac{\rho_{nc}}{1 - \rho_n} \quad (3)$$

3. 開放型 BCMP における最適化モデル

ここでは開放型 BCMP の最適化モデルについて示す. L_{nc} は拠点 n , クラス c の系内人数で $L_n = \sum_{c=1}^C L_{nc}$ である. CP_n は拠点 n の許容人数, PT_n はペナルティ, $1(\bar{A}_n)$ は指示関数である. また x_n は利用拠点であり, $cost(x_n)$ は拠点設置コストである. 目的関数はネットワークの安定度に拠点設置コストを加味したものを用いる.

$$\text{Minimize } \sum_{n=1}^N (|L_n - CP_n| + PT_n \cdot 1(\bar{A}_n) + cost(x_n)) \cdot x_n \quad (4)$$

$$\text{subject to: } \sum_{n=1}^N x_n \geq U, x_n \in \{0,1\} \quad (5)$$

(4)は各拠点の許容量に対する系内人数の総和からネットワーク全体の安定度を表している. (5)は利用拠点の最小値を U としている. 最適化手法には GA を用いた. パラメータを表1に示す.

表 1 遺伝的アルゴリズムのパラメータ

パラメータ	値
Crossover rate	0.50
Mutation rate	0.20
Selection	トーナメント選択
Population size	64
Generation size	400

4. おわりに

本研究では, 単一窓口の開放型 BCMP により算出した性能評価指標に対して, 利用拠点数に制約を設け, 拠点数の最適化を実施した. 成果として, 最適化結果から各拠点の許容量と設置コストの両方を考慮した拠点数の減少を確認した. 本提案モデルの利用により, 施設の全体設計におい

^{†1} 静岡理科大学

^{†2} 順天堂大学

て拠点コストを削減し、円滑なサービスの提供を可能にする。今後は複数窓口への拡張を行い、より幅広い実社会モデルに対応していく。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP21K11774 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1]Baskett F, Chandy KM, Muntz RR, Palacios FG. (1975). Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers. JACM 22:248-260.
- [2]Kwieceń, J. (2005). Optimization of health service structure. *Przegląd Lekarski*, 62(1), 76-78.
- [3]池ヶ谷克基, 大場春佳, 水野信也. (2019, December). 最適拠点配置への待ち行列モデルの利用. 経営情報学会 全国研究発表大会要旨集 2019年秋季全国研究発表大会 155-158.